Exemple de sujets - Epreuve de Physique, Filière MPI

Nous présentons ici un exemple d'exercice proposé lors de l'épreuve orale de physique de la filière MPI. Nous rappelons que deux exercices sont généralement traités par chaque candidat, tirés de deux parties distinctes du programme, et que le temps total de l'épreuve est de 50 minutes par candidat. Nous encourageons les candidats à regarder également le rapport général de l'épreuve, où nous présentons et analysons d'autres exemples de questions proposées.

Dans la suite nous présentons d'abord l'énonce de l'exercice puis les principales étapes de sa résolution, sans nous attarder sur les détails du développement qui, bien sûr, fait partie de l'évaluation. Notre but ici est plutôt de souligner que pour chaque problème, différents concepts physiques et stratégies de développement sont (ou peuvent être) mis à contribution pour sa résolution. Il est en particulier important de brièvement mentionner (sans pourtant s'y attarder) l'utilisation faite d'une notion importante ou d'un résultat établi : cela permet à l'examinateur une plus rapide évaluation de la maîtrise par le candidat de ces notions fondamentales.

****

Modèle classique de la molécule H_2

On suppose que la distribution de charge de la molécule H_2 consiste en 2 protons immobiles en ±X et de charge ponctuelle +e chacun. Le cortège électronique est assimilé à une sphère uniformément chargée, de rayon a, portant la charge -2e et centrée à mi-chemin entre les deux protons.

Quelle est la force totale exercée sur chacun des deux noyaux ?

Discuter de la stabilité de ce système.

****

Exercice autour des domaines de la mécanique et de l'électrostatique.

Il est ici question de force et de stabilité. On peut envisager une solution basée sur le potentiel ou sur le champ électrostatique.

Pour la première question, on pourra évaluer la force totale à partir du champ total, en s'appuyant sur le principe de superposition (qu'il serait opportun de mentionner).

On évoquera également brièvement la géométrie particulière (symétrie des charges par rapport à l'axe Ox), qui rend le problème à une dimension.

La force agissant par exemple sur le noyau à +X s'écrit donc :
$F(X) = e\,E(X) + e^2 / [\, 4\pi\varepsilon_0 (2X)^2 \,]$
où le deuxième terme tient compte de la répulsion entre noyaux, et E(X) est le champ crée par la sphère électronique à l'emplacement du noyau. La permittivité du vide sera mentionnée et pourra être l'objet d'une rapide question subsidiaire (par exemple son ordre de grandeur).

Avant de calculer E(X), il est important de distinguer entre deux configurations : $a < X$ et $a > X$. En effet, rien n'est mentionné dans l'énoncé, et son interprétation fait partie des critères d'évaluation : chaque configuration mène en effet à des résultats très différents.

Dans a première configuration les noyaux se trouvent à l'extérieur de la sphère, et donc $E(X) = -2e / [\, 4\pi\varepsilon_0 X^2 \,]$. Ce résultat peut être obtenu par l'application de la loi de Gauss, mais peut être plus rapidement avancé si l'on mentionne que le champ crée par une sphère chargée à l'extérieur d'elle-même est identique à celui créé par sa charge totale placée à son origine (*). On conclura alors que dans cette configuration la force sur un noyau est toujours attractive, et qu'il ne peut y avoir d'équilibre.

Dans l'autre configuration le champ peut être évalué par Gauss :
$E(X) = -eX/ [2\pi\varepsilon_0 a^3]$
Cette fois-ci la force totale peut s'annuler et le candidat pourra aisément montrer que le système proposé atteint un équilibre si $X = a/2$.

Pour montrer que l'équilibre est stable le candidat pourra montrer que la dérivée seconde du potentiel (ou première de –F(X)) est positive à la position d'équilibre.

Pour aller plus loin :
Cet exercice pourra être davantage développé de différentes façons :
i) trouver une expression pour la fréquence des petites oscillations des noyaux autour de leurs positions d'équilibre ;
ii) faire une A.N. : par exemple, calculer la valeur de la distance inter-noyaux et la comparer avec celle connue pour le di-hydrogène, étant données une expression pour a et la valeur mesurée de 2X. Normalement, seul l'ordre de grandeur est visé dans une A.N., et donc la connaissance de l'ordre de grandeur des principales constantes physiques est souhaitable.

(*) Une telle situation (où le résultat d'un calcul peut être anticipé par un raisonnement physique) peut se présenter dans différents exercices. L'examinateur pourra au cas par cas accepter le raccourci ou bien juger opportun d'en demander une rapide justification.